Geometría Analítica

UNIDAD XII, TRANSFORMACIÓN DE LOS EJES DE COORDENADAS

Fuente: UNAM-ENP GEOMETRIA ANALÍTICA PLANTEL 9 ING. PABLO DAVILA SILVA, https://goo.gl/KSjURD

I Texto 

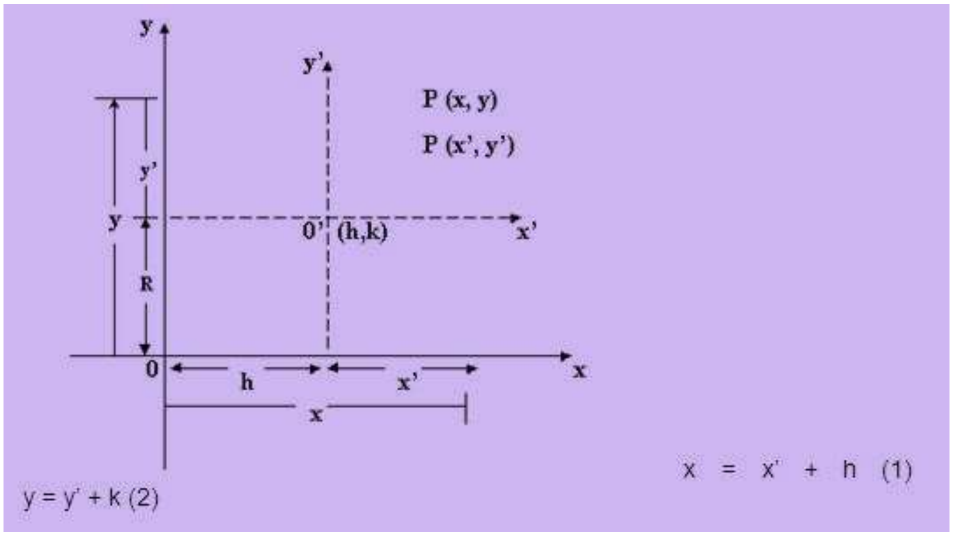
UNIDAD XII, **TRANSFORMACIÓN DE LOS EJES DE COORDENADAS**

1 **TRASLACIÓN** DE EJES (h,k)

Como hemos observado en los temas anteriores, el objeto primordial de la **Geometría Analítica** es deducir las propiedades de las curvas geométricas y el estudio de sus **ecuaciones**. Se facilita su estudio cuando se logra simplificar su ecuación, lo cual se logra mediante una transformación de los ejes de coordenadas, cuyo proceso se reduce a 2 movimientos: una de **traslación** y otro de **rotación**.

Traslación de ejes

Sean 0x, 0y los ejes originales y sean 0'x', 0'y' los nuevos ejes, cuyo origen tiene las coordenadas (h,k) con respecto al primer **sistema**. Supongamos que (x,y) son las coordenadas de un punto P con respecto de los ejes originales, y (x',y') las coordenadas del mismo punto, respecto de los nuevos ejes como se indica en la figura siguiente:



Para determinar X y Y en función de x', y', h y k por suma y diferencias de segmento se observa que, las ecuaciones de la translación de ejes, son:

x = x' + h

y = k + y'

El propósito de tal traslación de ejes es simplificar la ecuación de una curva para procesamiento posterior.

Ejemplo: un círculo con centro en (1, 2) y un radio r = 3, se puede describir por medio de la siguiente ecuación:

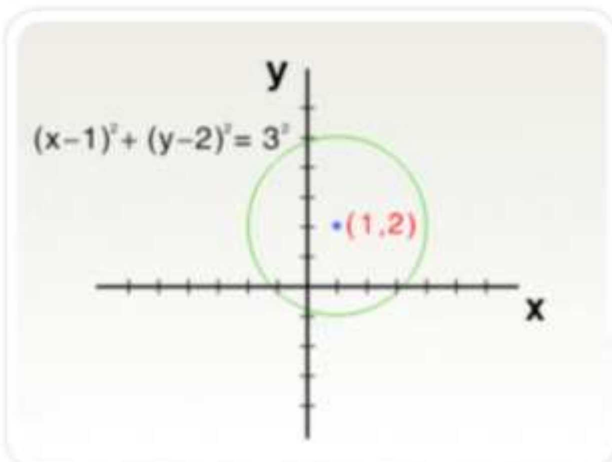
$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 3^2$

Cuando los ejes de referencia se cambian a O´(1, 2), el mismo círculo se puede describir como:

$[(x'+1) - 1]^2 + [(y'+2) - 2]^2 = 3^2$

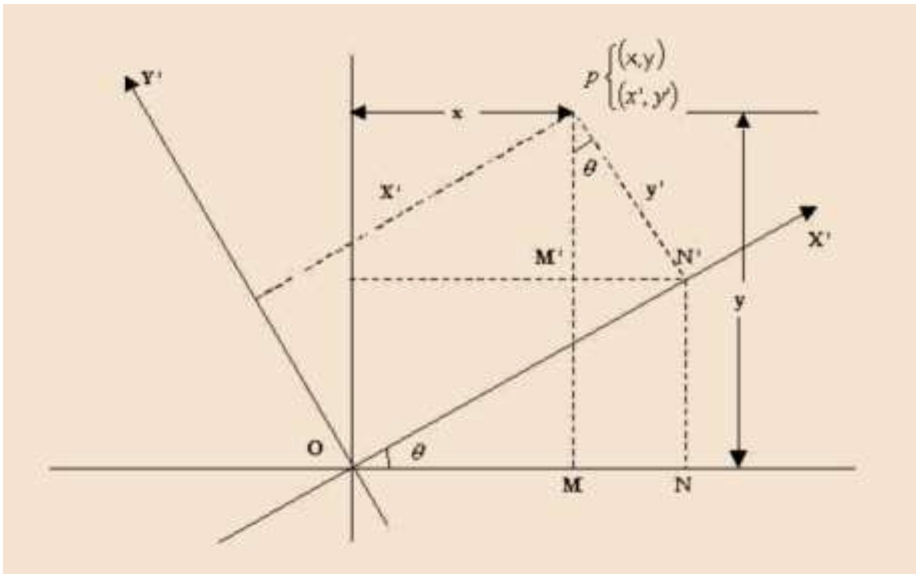
O bien $(x')^2 + (y')^2 = 3^2$

Como se muestra, es definitivamente más fácil trabajar con la ecuación en el nuevo sistema.

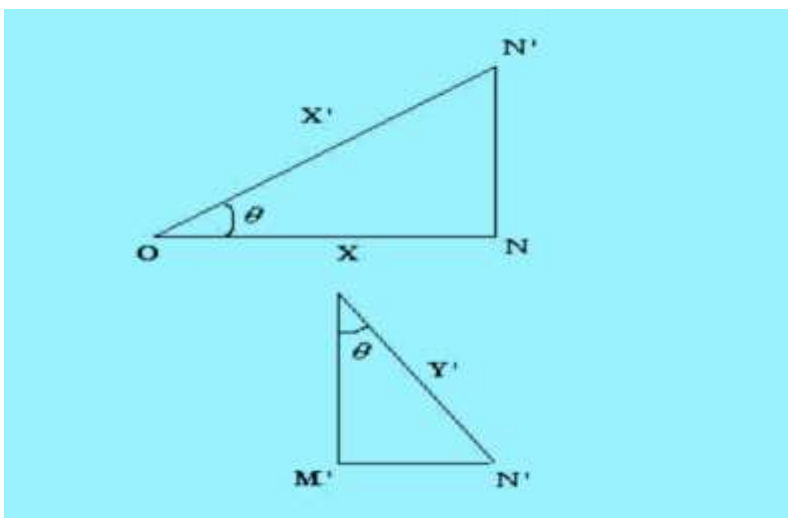


ROTACIÓN DE EJES

La rotación de ejes consiste en que dado un sistema de ejes cartesianos, hallar otro de tal forma que sus ejes formen un **ángulo** cualquiera con referencia a los primeros, coincidiendo los orígenes de ambos sistemas. Sean 0x, 0y los ejes originales y sean 0'x', 0'y', los nuevos ejes girados a un ángulo θ con respecto a los primeros como se indica en la figura:



Y'
$p\begin{cases}(x,y)\\(x',y')\end{cases}$
x
X'
θ
y'
M'
N'
X'
y
O
θ
M
N



N'
X'
θ
O
X
N
θ
Y'
M'
N'

Rotación de ejes

Cambio de la orientación de los ejes de referencia mientras se conserva el origen. La principal razón para rotar los ejes es que una ecuación dada es mucho más simple en el nuevo sistema de coordenadas que en el sistema original.

Si los ejes originales x y y rotan en sentido contrario al reloj un ángulo θ, para cualquier punto P(x, y), las coordenadas originales (x´, y´) se convierten en las nuevas coordenadas (x ´, y ´), que son:

x´ = x cos θ + y sen θ

y´ = - x sen θ + y cos θ

Para derivar la ecuación en las nuevas coordenadas, necesitamos expresar las coordenadas originales en las nuevas coordenadas:

Por consiguiente las fórmulas de rotación de coordenadas son:

x = x' cos θ - y' sen θ

y = x' sen θ + y' cos θ

Ejemplo de rotación, considera una ecuación simple y = x + 21/, que es una línea.

Si los ejes originales “x” e “y” rotan en sentido contrario al reloj un ángulo de 45°, las coordenadas originales se pueden expresar como:

x = x ´ cos 45° - y ´ sen 45°

y = x ´ sen 45° + y ´ cos 45°

Por lo tanto,

x = x ´ (21/2/2) - y ´ (21/2/2)

y = x ´ (21/2/2) + y ´ (21/2/2)

Entonces, la ecuación y = x + 21/2 se convierte en:

x ´ (21/2/2) + y ´ (21/2/2) = x ´ (21/2/2) - y ´ (21/2/2) + 21/2

y ´ = 1

En las nuevas coordenadas, la ecuación es una línea paralela al eje

x´, +1 unidad separada del eje x ´.

II Actividades

1. **Lee** con atención el texto.

2. A partir de la lectura anterior, sin consultarla **elabora** una síntesis.

3. **Localiza** las palabras subrayadas, de éstas señala aquellas de las que desconoces su significado.

4. **Busca** en el diccionario, los significados de todas las palabras subrayadas.

5. **Identifica** y **señala** los elementos morfológicos que conforman dichos términos.

6. Una vez identificados los elementos de las palabras, **elabora** la definición etimológica, **utiliza** el vocabulario anexo.

7. En una lista, **clasifica** los términos de procedencia griega; en otra, los de procedencia latina; y en otra, los híbridos, si los hay en el texto.

8. **Relaciona** la definición etimológica con la del diccionario.

9. **Identifica** el elemento común de las siguientes palabras y **anota** su significado:

	elemento común	**significado**
rotación		
translación		
ecuación		
orientación		

11. Con base en la etimología, **explica** la diferencia, entre *seno y coseno*.

12. Selecciona las palabras compuestas con prefijo, griego o latino, y anota el significado de cada uno de ellos.

palabra compuesta	prefijo griego o latino	significado

13. **Explica** qué son los Ejes cartesianos.

14. ¿Qué relación encuentras entre el título: *Transformación de los ejes de coordenadas* con el tema desarrollado?

15. **Realiza** una segunda lectura del texto, **sustituye** las palabras subrayadas por la definición etimológica de cada una de ellas.

16. **Explica** si tu comprensión del texto cambió. ¿A qué lo atribuyes?

17. Conclusiones.

III Vocabulario

- **Griego**

griego	significado
γῆ, γῆς	tierra
μέτρον, μέτρου	medida
-ία	acción, estado, calidad
ἀνά-	hacia arriba, hacia atrás, de nuevo
λύω	liberar, desatar, soltar
-ική	relativo a, ciencia de, arte de
σύν-	con, unión, al mismo tiempo que
ἵστημι	poner, establecer, colocar
παρά-	junto a, al lado de
ἀλλήλων	el uno al otro, recíprocamente

- **Latino**

latín	**significado**
trans-	al otro lado, más allá
forma	aspecto, forma
-tion	acción, proceso, estado
cum-	unión, compañía
ordo, ordinis	orden, fila, clase social
-atus, -ata, -atum	que es, que está, caracterizado por
axis	eje
fero, ferre, latum	llevar, presentar, conducir
aequus, aequa, aequum	igual
rota	rueda
angulus, anguli	esquina, ángulo
sinus, sinus	curvatura, concavidad, pecho